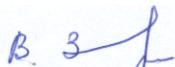


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой алгебры и  
математических методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)

подпись, расшифровка подписи  
25.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.13 Современные методы геометрии и анализа**

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**  
01.03.01 Математика

**2. Профиль подготовки:** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**3. Квалификация выпускника:** Бакалавр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических моделей гидродинамики

**6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-06 от 25.05.2023 г.

**8. Учебный год:** 2024-2025

**Семестр(-ы):** 3

## **9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цели учебной дисциплины: освоение основных понятий и фактов алгебраической геометрии и нелинейного анализа, овладение основными методами решения задач.

### Задачи изучения дисциплины

- ознакомление с современными методами геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач, задач гидродинамики,
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин.

## **10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина «Современные методы геометрии и анализа» относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, алгебра, аналитической геометрии.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами линейной алгебры.

Дисциплина является предшествующей для: Математический анализ; Алгебра; Аналитическая геометрия.

## **11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов вычисления фундаментальных групп простейших топологических пространств; основные понятия и факты теории компактных пространств Уметь: пользоваться современными методами топологии и геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач Владеть: теоретическими подходами в теории компактных пространств; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области теории компактных пространств и теории фундаментальных групп пространств Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач в разных математических дисциплинах Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в теории компактных пространств, и теории фундаментальных групп пространств

## **12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 2/72.**

Форма промежуточной аттестации: зачёт - 3 семестр

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		3
Аудиторные занятия	34	34
в том числе:	34	34
практические	-	-
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	38	38
Итого:	72	72

#### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1.Лекции</b>			
1	Топологические пространства.	Топологические пространства, открытые и замкнутые множества, окрестность множества, хаусдорфовы пространства, компактные пространства, критерий компактности в терминах центрированных множеств. Свойства компактных пространств. Непрерывные отображения компактных пространств.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12185">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12185</a>
2	Компактность в метрических пространствах	Относительная компактность, секвенциальная компактность, Теорема Кантора, критерий относительной компактности в метрическом пространстве, теорема Хаусдорфа, примеры. Теорема Тихонова.	
3	Относительная компактность	Теорема Арцела, критерий конечномерности нормированного пространства, Теорема компактных вложений соболевских пространств	
4	Фундаментальные группы пространств	Определение фундаментальных групп, гипотеза Пуанкаре, геометрический подход к её доказательству.	

#### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Топологические пространства.	8			9	17
2	Компактность в метрических пространствах	9			10	19
3	Критерии относительной компактности	9			10	19
4	Фундаментальные группы	8			9	17
	Итого	34			38	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 56 часов. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Современные методы геометрии и анализа» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе и выполнению практических заданий). На лекциях рассказывается теоретический материал и решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на

лекциях.

При изучении курса «Современные методы геометрии и анализа» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Вопросы аудиторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учить недоработки и избежать их при подготовке к зачету.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачета). Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, рассмотренные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед выполнением самостоятельной работы обязательно повторить лекционный материал, разобрать примеры, после чего приступить к выполнению заданий. Если возникнут вопросы, обязательно задать на следующем занятии или в присутственный час преподавателю.
3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

## **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:**

### **а) основная литература:**

№ п/п	Источник
1	Звягин В. Г. Лекции по курсу «Современные методы геометрии и анализа» Часть I / В. Г. Звягин. – Воронеж: Полиграфический центр ВГУ, 2010. – 49 с.
2	Гликлих Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
3	Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер; ФГБОУ ВО Воронежский государственный университет. — М.: Наука, 2019. — 543 с.

### **б) дополнительная литература:**

№ п/п	Источник
4	Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007.— 81 с
5	Ниренберг Л.. Лекции по нелинейному функциональному анализу / Л. Ниренберг ; пер. с англ. Н.Д. Введенской .— М. : Мир, 1977 .— 232 с.
6	Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно- методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т.— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с.
7	Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко.-М.:Изд- во МГУ, 1980.-439 с.

### **в) информационно-библиотечные ресурсы**

№ п/п	Источник
7	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
8	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007.— 81 с
2	Звягин В. Г. Лекции по курсу «Современные методы геометрии и анализа» Часть I / В. Г. Звягин. – Воронеж: Полиграфический центр ВГУ, 2010. – 49 с.
3	Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно- методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т.— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с.
4	Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко.-М.:Изд- во МГУ, 1980.-439 с.
5	Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.
6	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

#### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12185>)

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

#### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

#### 19. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция (и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Топологические пространства.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
2	Компактность в метрических пространствах	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа

3	Критерии относительной компактности	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа
4	Фундаментальные группы	ОПК-1	ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет			Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы	

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Топологические пространства.

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Показать следование Предложения 6.1 из Леммы 6.2

##### По теме 2. Компактность в метрических пространствах

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Задача 9.2

##### По теме 3 Критерии относительной компактности

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Доказать, что для того, чтобы подмножество  $X$  полного метрического пространства было относительно компактным, достаточно, чтобы для любого  $\epsilon > 0$  существовала относительно компактная  $\epsilon$ -сеть множества  $X$ .

##### По теме 4. Фундаментальные группы

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Показать, что для любого выпуклого множества  $R$  есть только один гомотопический класс петель.

### Примерный перечень задач для контрольной работы:

#### Контрольно-измерительный материал

1. Относительная компактность, секвенциальная компактность, Теорема Кантора, критерий относительной компактности в метрическом пространстве, теорема Хаусдорфа, примеры. Теорема Тихонова.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического характера, регулярно осуществляющуюся на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем заданий и предлагается ответить на данный вопрос. Ограничение по времени 90 минут. Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 100 минут.

## **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Современные методы геометрии и анализа» проводится в форме зачета.

При промежуточной аттестации З семестра уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками **«зачтено»** и **«незачтено»**, которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по степени правильности ответа на вопрос контрольной работы.

### **Примерный перечень вопросов**

1	Топологические пространства, открытые и замкнутые множества, окрестность множества.
2	Хаусдорфовы пространства, компактные пространства, критерий компактности в терминах центрированных множеств. Свойства компактных пространств
3	Непрерывные отображения компактных пространств.
4	Относительная компактность, секвенциальная компактность.
5	Теорема Арцела, критерий конечномерности нормированного пространства.
6	Теорема компактных вложений соболевских пространств.
7	Теорема Хаусдорфа, Теорема Тихонова.
8	Критические точки и критические значения отображений.
9	Регулярные значения отображений.
10	Теорема Кантора.
11	Связь неподвижных точек и периодических решений обыкновенных уравнений.
12	Направляющие функции.

<b>Шкала оценок</b>	<b>Критерии оценок</b>
Зачтено	Студент показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.
Не засчитано	Наличие серьезных упущений в процессе изложения учебного материала; в случае отсутствия знаний основных понятий и определений курса или присутствии большого количества ошибок при интерпретации основных определений; если студент показывает значительные затруднения при ответе на предложенные основные и дополнительные вопросы; при условии отсутствия ответа на основной и дополнительный вопросы

## **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

№1. Множество  $X$  с заданной на нем топологией  $\tau$  называется ... пространством и обозначается  $(X, \tau)$  или кратко  $X$ .

- а) топологическим;
- б) метрическим;
- в) линейным.

№2 Топологическое пространство  $X$  называется ... , если любое его открытое покрытие содержит конечное подпокрытие.

- а) компактным;
- б) метрическим;
- в) Банаевым.

№3 Назовем некоторую систему подмножеств  $\{A_\alpha\}$  множества  $X$  центрированной, если любое конечное пересечение  $\bigcap A_i, i = 1, \dots, n$  членов этой системы ...

- а) не пусто;
- б) равно нулю.

№4 Замкнутое подмножество компактного пространства...

- а) компактно;
- б) не пусто;

№5 Непрерывный образ компактного пространства есть ... пространство.

- а) компактное;
- б) метрическое.
- в) Хаусдорфово.

№6 Множество  $X$  метрического пространства  $(M, \rho)$  называется относительно компактным, если его замыкание  $\bar{X}$  ... в  $M$ .

**компактно.**

№7 Пусть дана последовательность  $K_1 \supset \dots \supset K_n \supset \dots$  непустых компактных множеств метрического пространства  $M$ . Тогда пересечение  $K$  не пусто

№8 Пусть  $K$  есть подмножество банаева пространства  $E$ . Если  $K$  есть равномерный предел относительно компактных множеств, то  $K$

**относительно компактно**

№9 Является ли компактом замкнутый конечный отрезок  $[a, b]$ ?

**да**

№10 Является ли единичная сфера  $S^n = \{x \in \mathbb{R}^n; \|x\| = 1\}$  компактом

**да**

#### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении**

**диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-06 от 25.05.2023 г.